

# **Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler**

## **Anwendung der Differentialrechnung bei ökonomischen Funktionen**

Dipl.-Phys. C. Busch  
Wintersemester 2010/2011

# Grenzkosten, Grenzkostenfunktion

- Frage: Wie **verändern** sich die Kosten ( $\Delta K$ ) , wenn ausgehend von einer bestimmten Produktion die produzierte Menge um eine Einheit  $\Delta x$  erhöht oder gesenkt wird?
- Antwort: Bei großen Produktionsmengen gilt näherungsweise:

$$\frac{\Delta K(x)}{\Delta x} \approx K'(x)$$

# Grenzkosten, Grenzkostenfunktion

## **Definition:**

Die **Grenzkostenfunktion  $C'(x)$**  ( bzw.  $K'(x)$  )  
ist die erste Ableitung der Kostenfunktion  $C(x)$ .

## Bedeutung:

$C'(x)$  gibt *Änderung der Kosten* bei Erhöhung oder Senkung der Produktion um eine Einheit an.

# Wiederholung: Stückkosten, variable Stückkosten

- **Stückkosten:**

$$AC(x) = C(x)/x$$

- **Variable Stückkosten:**

$$AVC(x) = C_v(x)/x$$

# Betriebsminimum

- Am Betriebsminimum  $x_{\text{Min}}$  erreichen die variablen Stückkosten ihr Minimum:

$$AVC'(x_{\text{Min}}) = 0 \quad \text{und}$$

$$AVC''(x_{\text{Min}}) > 0$$

# Betriebsoptimum

- Am Betriebsoptimum  $x_{\text{Opt}}$  erreichen die Stückkosten  $AC(x)$  ihr Minimum:

$$AC'(x_{\text{Opt}}) = 0 \quad \text{und}$$

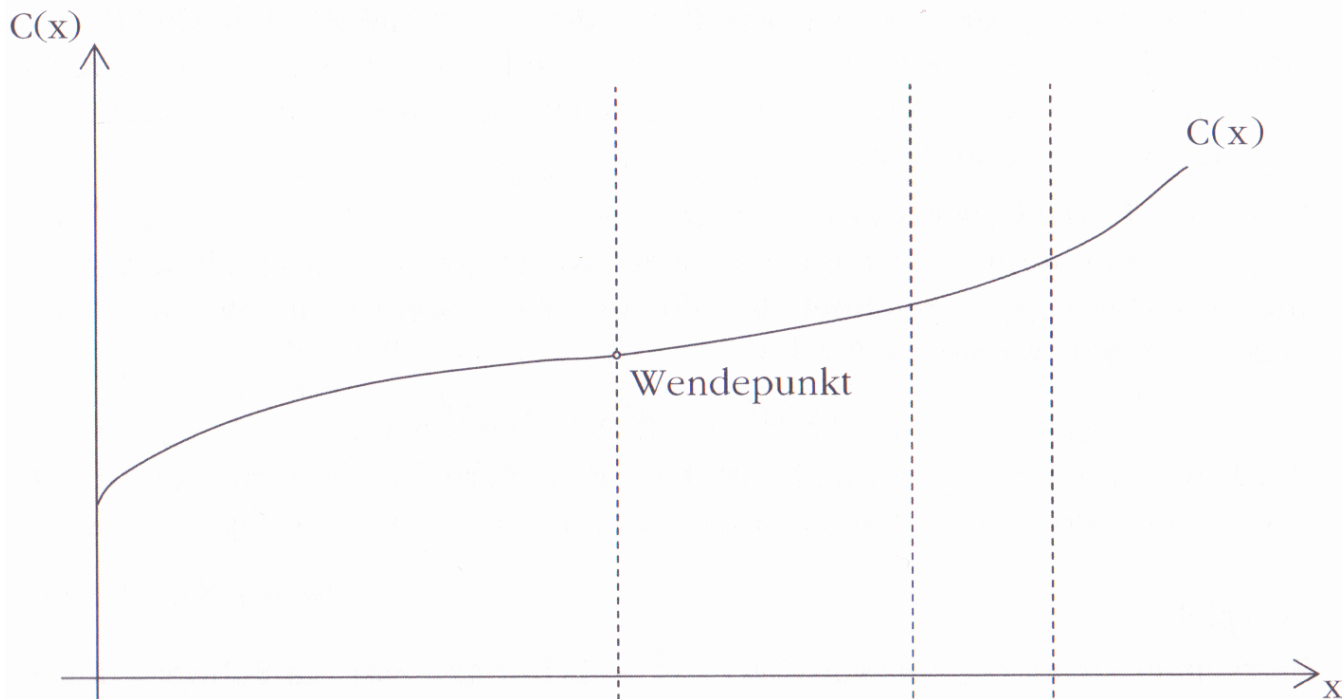
$$AC''(x_{\text{Opt}}) > 0$$

# Kurz- und langfristige Preisuntergrenze

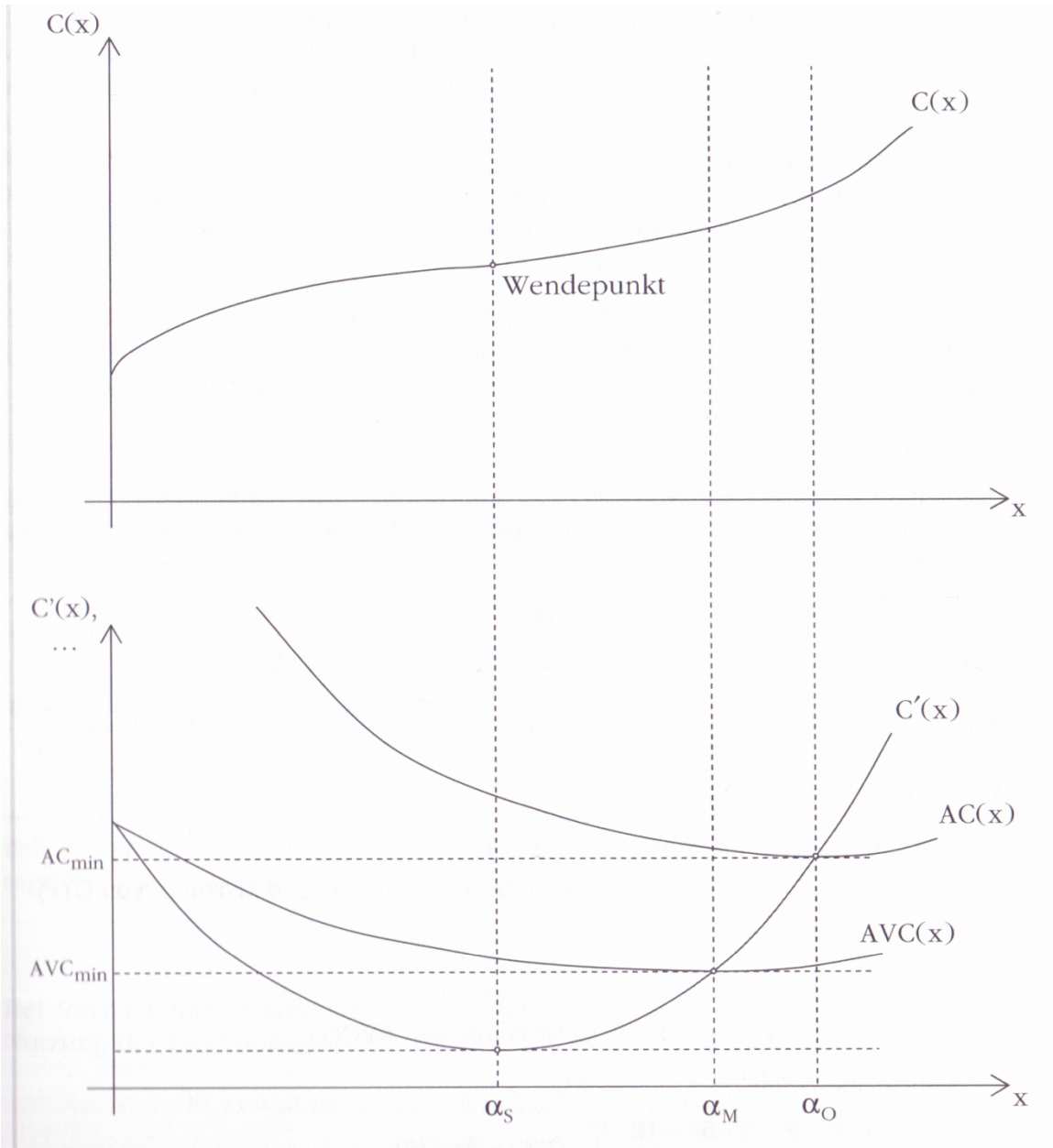
- **$AVC(x_{\text{Min}})$**  nennt man  
**kurzfristige Preisuntergrenze.**
- **$AC(x_{\text{Opt}})$**  nennt man  
**langfristige Preisuntergrenze.**

# Schwelle des Ertragsgesetzes

- Die Wendestelle der Kostenfunktion („Kostenkehre“) nennt man auch **Schwelle des Ertragsgesetzes**. Sie ist gleichzeitig das Minimum der Grenzkostenfunktion.







# Grenzzgewinn und Grenzerlös

- **Grenzzgewinn:**

$$G'(x)$$

(erste Ableitung der Gewinnfunktion)

- **Grenzerlös:**

$$U'(x) \text{ bzw. } R'(x)$$

(erste Ableitung der Umsatzfunktion)