

Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler

Anwendung der Differentialrechnung bei ökonomischen Funktionen

Dipl.-Phys. C. Busch
Wintersemester 2010/2011

Grenzkosten, Grenzkostenfunktion

- Frage: Wie **verändern** sich die Kosten (ΔK) , wenn ausgehend von einer bestimmten Produktion die produzierte Menge um eine Einheit Δx erhöht oder gesenkt wird?
- Antwort: Bei großen Produktionsmengen gilt näherungsweise:

$$\frac{\Delta K(x)}{\Delta x} \approx K'(x)$$

Grenzkosten, Grenzkostenfunktion

Definition:

Die **Grenzkostenfunktion $C'(x)$** (bzw. $K'(x)$)
ist die erste Ableitung der Kostenfunktion $C(x)$.

Bedeutung:

$C'(x)$ gibt *Änderung der Kosten* bei Erhöhung oder Senkung der Produktion um eine Einheit an.

Wiederholung: Stückkosten, variable Stückkosten

- **Stückkosten:**

$$AC(x) = C(x)/x$$

- **Variable Stückkosten:**

$$AVC(x) = C_v(x)/x$$

Betriebsminimum

- Am Betriebsminimum x_{Min} erreichen die variablen Stückkosten ihr Minimum:

$$AVC'(x_{\text{Min}}) = 0 \quad \text{und}$$

$$AVC''(x_{\text{Min}}) > 0$$

Betriebsoptimum

- Am Betriebsoptimum x_{Opt} erreichen die Stückkosten $AC(x)$ ihr Minimum:

$$AC'(x_{\text{Opt}}) = 0 \quad \text{und}$$

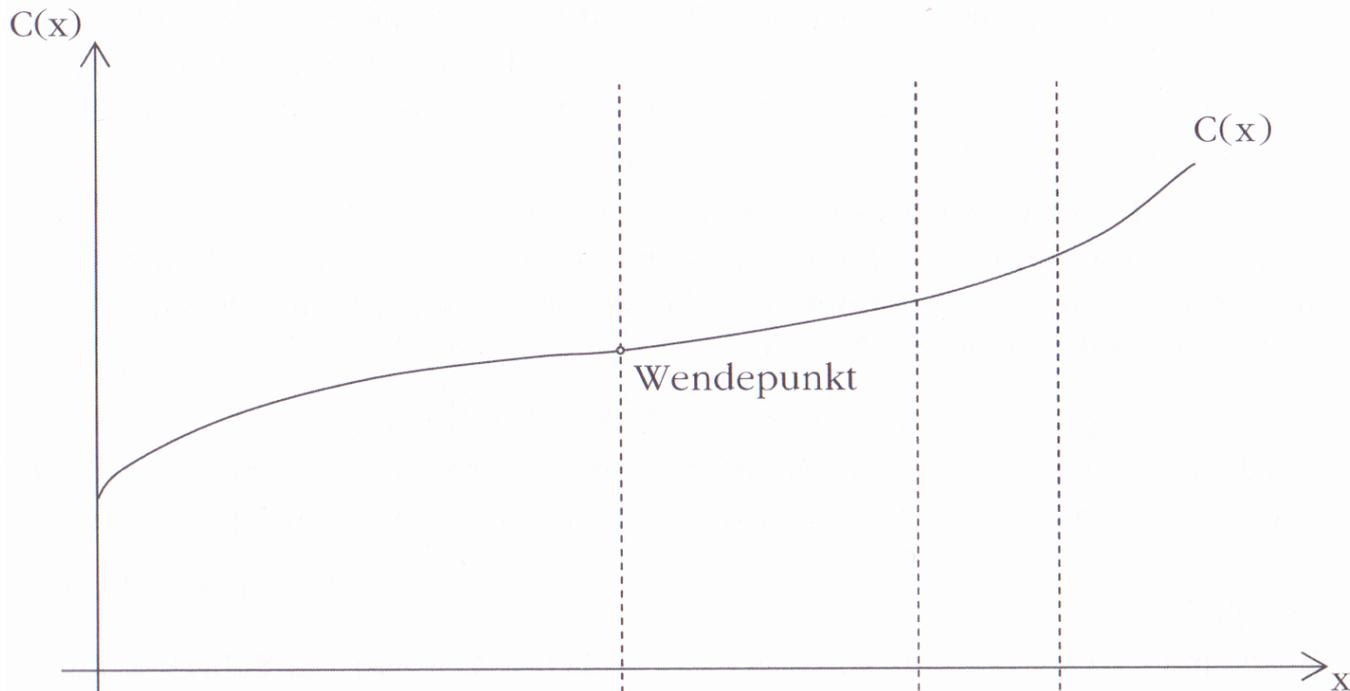
$$AC''(x_{\text{Opt}}) > 0$$

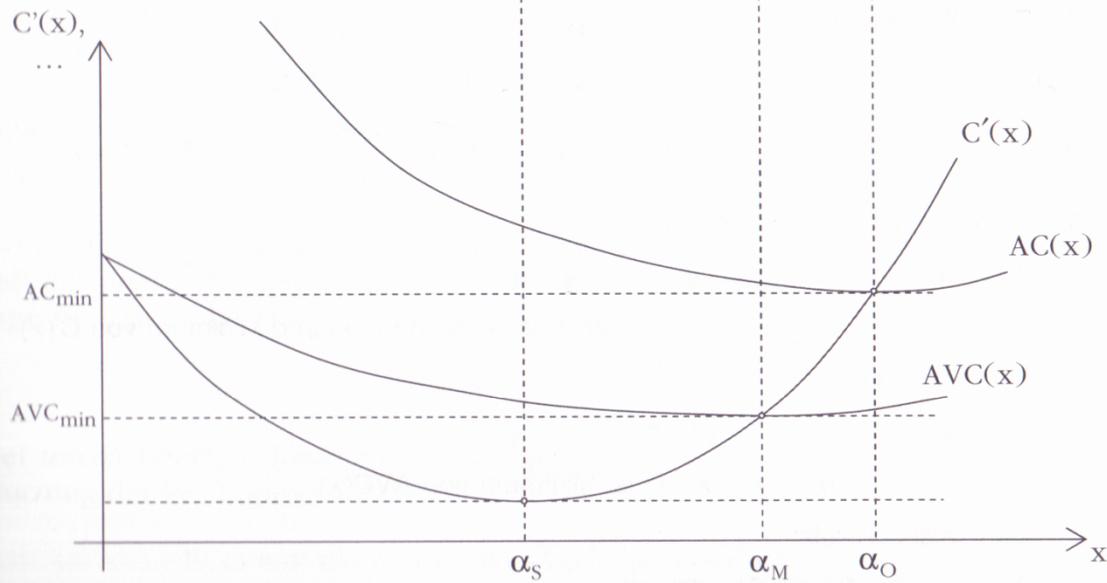
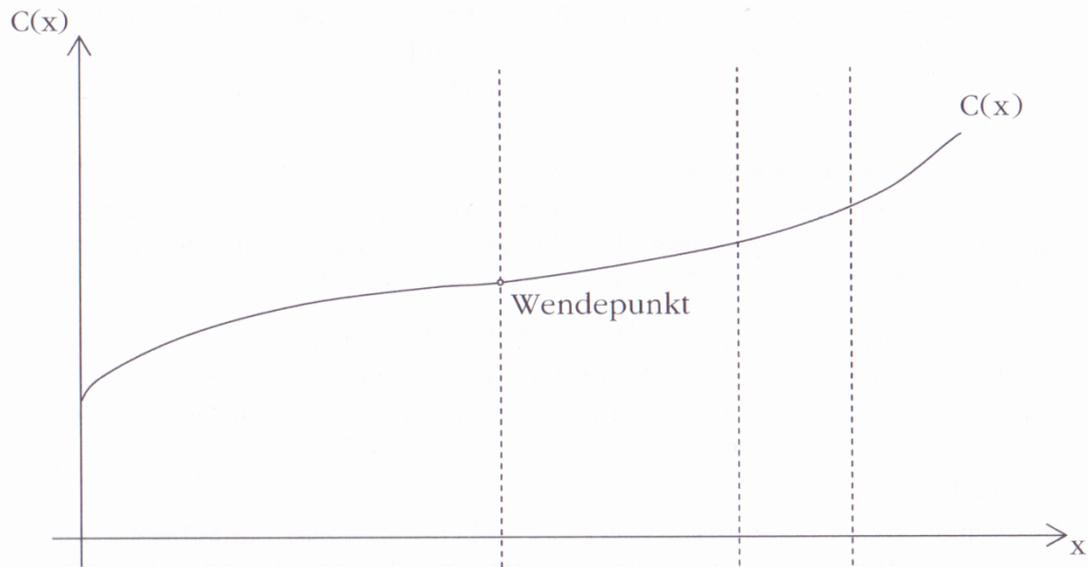
Kurz- und langfristige Preisuntergrenze

- **$AVC(x_{\text{Min}})$** nennt man
kurzfristige Preisuntergrenze.
- **$AC(x_{\text{Opt}})$** nennt man
langfristige Preisuntergrenze.

Schwelle des Ertragsgesetzes

- Die Wendestelle der Kostenfunktion („Kostenkehre“) nennt man auch **Schwelle des Ertragsgesetzes**. Sie ist gleichzeitig das Minimum der Grenzkostenfunktion.





Grenzzgewinn und Grenzerlös

- **Grenzzgewinn:**

$$G'(x)$$

(erste Ableitung der Gewinnfunktion)

- **Grenzerlös:**

$$U'(x) \text{ bzw. } R'(x)$$

(erste Ableitung der Umsatzfunktion)