# Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler

## Wiederholung der Grundlagen

**Dozent : Dr. Björn S. Schmekel**
Campus Hamburg, WS 2010/2011

# Stoffverteilungsplan I

- Wiederholung der Grundlagen: Binomische Formeln, Bruchrechnung, lineare Gleichungen
- Rechnen mit Wurzeln und Potenzen
- Zins, Zinseszins, Raten und Renten (beide nur vorschüssig), Tilgungen

## Stoffverteilungsplan II

- Funktionen: Grundlagen, Nullstellen, Extrema, Steigung, Stetigkeit, Krümmung, Wendepunkte, Sattelpunkte, Grenzwerte (Limes), kurzer Überblick über Exponential und Logarithmusfunktionen, Minimum-, Maximumfunktionen,
- ökonomische Funktionen (Angebot/Nachfrage-, Kosten-, Umsatz/Erlös-, Gewinnfunktion)

# Stoffverteilungsplan III

- Differentialrechnung: Differentiationstechniken (Konstanten-, Summen, Produkt-, Ketten-, Quotientenregel), Ableitungsregeln, Kurvendiskussion,
- Diskussion ökonomischer Funktionen, Grenzkosten, Grenzerlöse, Grenzgewinn, Stückkostenfunktionen, Betriebsminimum, Betriebsoptimum, Erlösfunktion bei vollständiger und unvollständiger Konkurrenz.

# *Zentrale Klausur* (aus München) am Ende der Veranstaltung !

Voraussetzungen: Regelmäßige Teilnahme. Diese wird durch eine Anwesenheitsliste überprüft (75 % obligatorisch). Bei Krankheit ist ein Attest erforderlich.

Klausur: 60 Minuten

# Pflichtlektüre

- Auer, B.; Seitz, F. (2006): Grundkurs Wirtschaftsmathematik, 1. Aufl., Wiesbaden
- Dörsam, P. (2000): Mathematik für Studierende der Wirtschaftswissenschaften, 9. Aufl., Heidenau

## Grundlagentest zur Einschätzung

Mit den folgenden, relativ leichten Aufgaben können Sie sich selbst überprüfen, wie gut Sie einige der mathematischen Grundlagen aus Unter- und Mittelstufe noch beherrschen.
Die Ergebnisse des Tests werden völlig anonymisiert ausgewertet, es werden keine Noten vergeben.
Der Test dient ausschließlich dazu, dass Sie und ich Ihre mathematischen Grundlagenkenntnisse realistisch einschätzen können.
**Seien Sie also bitte völlig ehrlich !**
Also:

# Grundlagentest zur Einschätzung

**Bearbeitungsdauer: 25 Minuten**

- **Bitte benutzen Sie keinen Taschenrechner oder andere Hilfsmittel.**
- **Arbeiten Sie unbedingt ganz alleine.**
- **Bitte auf keinen Fall „Schummeln“, da sonst das Ergebnis nicht aussagekräftig ist.**
- **Vergleichen Sie Ihre Lösung ehrlich (!) mit der anschließenden Musterlösungen. Zählen Sie Ihre richtigen Antworten und schreiben Sie die Anzahl der richtigen Antworten auf einen <u>namenlosen</u> Zettel, den Sie <u>gefaltet</u> bei mir abgeben.**

# Grundlagentest zur Einschätzung

- Bearbeitungsdauer: 25 Minuten
- Bitte benutzen Sie keinen Taschenrechner oder andere Hilfsmittel.
- Arbeiten Sie unbedingt ganz alleine.
- Bitte auf keinen Fall „Schummeln“, da sonst das Ergebnis nicht aussagekräftig ist.
- Sie erhalten am Anfang eine Spielkarte (Anonymisierung). Schreiben Sie die Karte (z.B. „Herz-Bube“) auf die <u>Rückseite</u> <u>beider</u> Testblätter! Spielkarte am Ende des Tests bitte zurückgeben.

# Mathematik – Die Wissenschaft der Mengen und Abbildungen

- Begriff der Menge: Eine Sammlung von beliebigen Objekten unserer Anschauung, z.B. Zahlen, Matrizen, Abbildungen oder wieder Mengen

- Abbildungen (z.B. Drehungen und Funktionen), dazu später mehr

# Zahlbereiche (Zahlenmengen)

- Natürliche Zahlen

  Symbol: $\mathbb{N}$

  $\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; 4; ...\}$ $\quad 0 \in \mathbb{N}$

- Ganze Zahlen

  Symbol: $\mathbb{Z}$

  $\mathbb{Z} = \{....; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; ...\}$

  Bemerkung: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$

# Zahlbereiche (Zahlenmengen) - II

- Ob eine Operation definiert ist, hängt auch von der zugrundeliegenden Zahlenmenge ab.
- Grundschule: 4 - 9 = k.l (keine Lösung)
- Mathematisch: 4 – 9 ist keine natürliche Zahl
- Erweiterung auf den Bereich der ganzen Zahlen
- Gleiches Vorgehen bei Erweiterung auf rationale, irrationale und komplexe Zahlen

# Zahlbereiche (Zahlenmengen)

- Rationale Zahlen (Brüche)

Die Menge der rationalen Zahlen ist die Menge aller Zahlen q, für die gilt:

$$q = \frac{m}{n}$$

und $m$ ist Element der Menge $\mathbb{Z}$

und $n$ ist Element der Menge $\mathbb{Z}$ ohne Null.

Symbol: $\mathbb{Q} = \{q \mid q = \frac{m}{n} \wedge m \in \mathbb{Z} \wedge n \in \mathbb{Z}^{*}\}$

Bemerkung: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$

# Zahlbereiche (Zahlenmengen)

- **Reelle Zahlen**

Die *irrationalen* Zahlen sind alle Zahlen, die sich ***nicht*** als Brüche darstellen lassen.

Bsp.: Eulersche Zahl e , π , $\sqrt{2}$

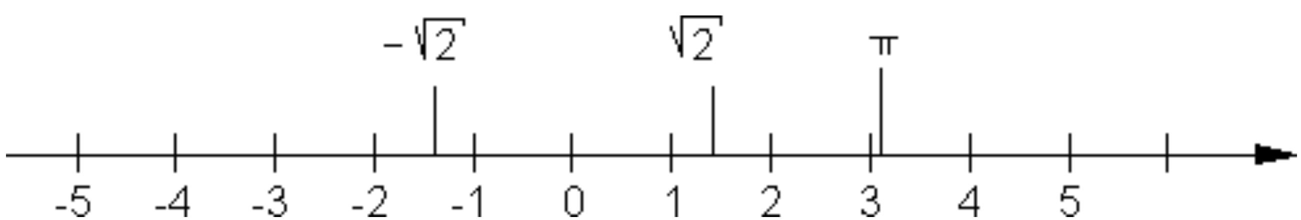
# Zahlbereiche (Zahlenmengen)

- **Reelle Zahlen**

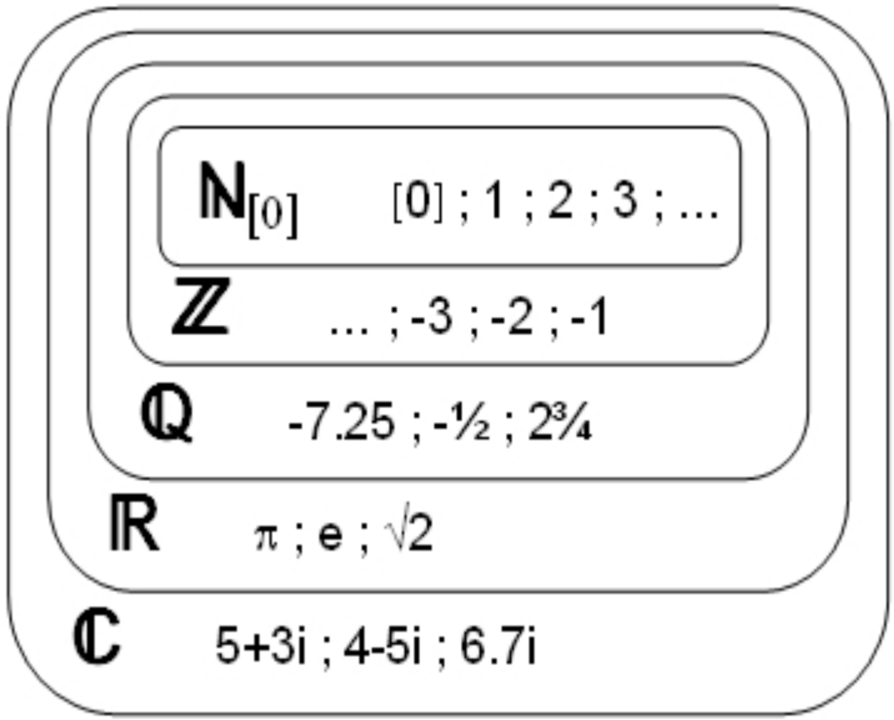
Die Menge der reellen Zahlen ist die Vereinigungsmenge aus rationalen Zahlen und irrationalen Zahlen.

Die Menge der reellen Zahlen ist die Menge aller Punkte des Zahlenstrahls.

Symbol: $\mathbb{R}$ Bemerkung: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$



# Zahlbereiche (Zahlenmengen)




$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$$

# Rechnen mit Brüchen: Erweitern und Kürzen

**Erweitern** bedeutet, Zähler und Nenner eines Bruches mit derselben (von 0 verschiedenen) Zahl zu multiplizieren: $\frac{a}{b} = \frac{a \cdot c}{b \cdot c}$ (für $b \neq 0$, $c \neq 0$)

**Kürzen** bedeutet, Zähler und Nenner eines Bruches durch dieselbe (von 0 verschiedene Zahl zu dividieren: $\frac{a}{b} = \frac{a : c}{b : c}$ (für $b \neq 0$, $c \neq 0$)

# Rechnen mit Brüchen: Addition und Subtraktion gleichnamiger Brüche

**Regel über die Addition (Subtraktion) von Brüchen:**
Man addiert (subtrahiert) gleichnamige Brüche, indem man die Zähler addiert (subtrahiert) und den gemeinsamen Nenner beibehält.

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c} \quad (\text{für } c \neq 0); \qquad \frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c} \quad (\text{für } c \neq 0)$$

Ungleichnamige Brüche werden zunächst gleichnamig gemacht.

# Rechnen mit Brüchen: Multiplikation von Brüchen

**Regel über die Multiplikation von Brüchen:**
Brüche werden multipliziert, indem man Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multipliziert:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d} \quad (\text{für } b \neq 0,\ d \neq 0)$$

# Rechnen mit Brüchen: Division von Brüchen

**Regel über die Division von Brüchen:**
Durch einen Bruch wird dividiert, indem man mit dem Kehrwert des Bruches multipliziert.
Den Kehrwert eines Bruches erhält man durch Vertauschen von Zähler und Nenner:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} \quad (\text{für } b \neq 0,\ c \neq 0,\ d \neq 0)$$

# Mathematischer Exkurs - Gruppen

Eine Gruppe (M,*) besteht aus einer Menge M und einer darauf definierten Operation *, die folgende Eigenschaften erfüllt:

1.) Das Ergebnis a * b ist wieder Element von M

2.) Es gibt ein neutrales Element „1“ mit der Eigenschaft a * 1 = a

3.) Es gibt ein inverses Element „$a^{-1}$“ mit der Eigenschaft $a^{-1}$ * a = 1

4.) Es gilt das Assoziativgesetz (a * b) * c = a * (b * c)

## Lineare Gleichungen: Definition

Eine Gleichung mit der Unbekannten x heißt **lineare Gleichung**, wenn sie auf folgende Form gebracht werden kann:

$$a \cdot x = b$$

Beispiel: $3x-31=-1 \Longleftrightarrow 3x=30$

# Lineare Gleichungen: Gruppenstruktur

Die Menge der reellen Zahlen bildet mit der normalen Multiplikation als Operation * eine Gruppe. Die Gleichung a * x = b kann gelöst werden, ohne dass wir genau sagen, wie wir multiplizieren:

$a * x = b$

$a^{-1} * a * x = a^{-1} * b$

$1 * x = a^{-1} * b$

$x = a^{-1} * b$

# Lineare Gleichungen: Umformungsregeln

**Additions- und Subtraktionsregel:**
Addiert oder subtrahiert man auf beiden Seiten der Gleichung dieselbe Zahl, so ändert sich die Lösungsmenge (Erfüllungsmenge) nicht.

$$
\begin{aligned}
x - 7 &= 13 \\
x - 7 + 7 &= 13 + 7 \\
x &= 20 \\
L &= \{20\}
\end{aligned}
$$

$-7 \quad +7 \qquad +7 \quad -7$

**Multiplikations- und Divisionsregel:**
Multipliziert (dividiert) man auf beiden Seiten einer Gleichung mit derselben Zahl (durch dieselbe Zahl) ungleich 0, so ändert sich die Lösungsmenge (Erfüllungsmenge) nicht.

$$
\begin{aligned}
5x &= 35 \\
5x : 5 &= 35 : 5 \\
x &= 7 \\
L &= \{7\}
\end{aligned}
$$

$\cdot 5 \quad : 5 \qquad : 5 \quad \cdot 5$

# Grundlagen: Binomische Formeln

$$(a+b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

erste Binomische Formel (Plus-Formel)

$$(a-b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

zweite Binomische Formel (Minus-Formel)

$$(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$$

dritte Binomische Formel (Plus-Minus-Formel)

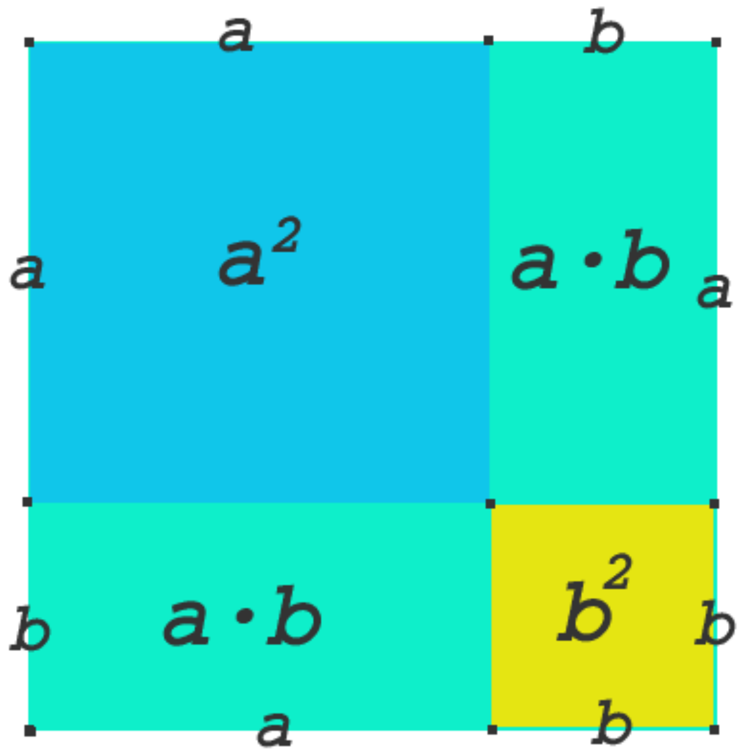
# Grundlagen: Binomische Formeln

$$(a+b)^2 = (a+b)\cdot(a+b) = a\cdot a + a\cdot b + b\cdot a + b\cdot b = a^2 + 2\cdot a\cdot b + b^2$$

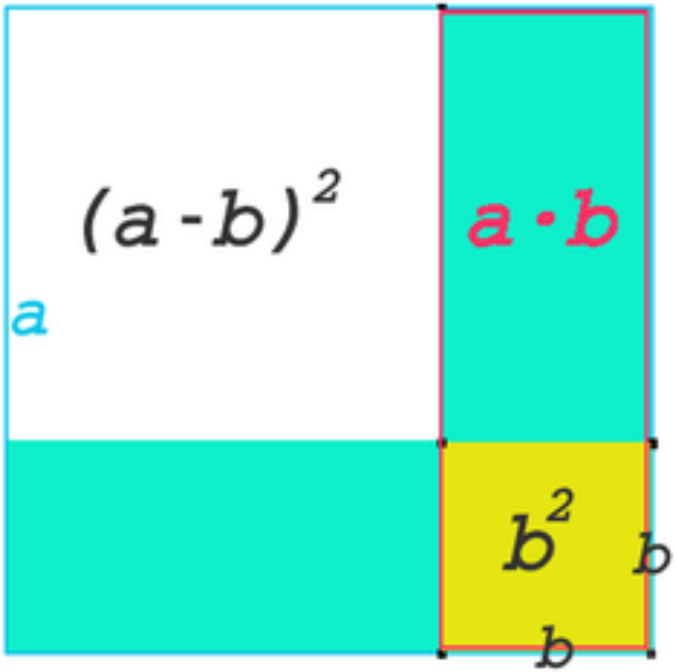
$$(a-b)^2 = (a-b)\cdot(a-b) = a\cdot a - a\cdot b - b\cdot a + b\cdot b = a^2 - 2\cdot a\cdot b + b^2$$

$$(a+b)\cdot(a-b) = a\cdot a - a\cdot b + b\cdot a - b\cdot b = a^2 - b^2$$

# Grundlagen: Binomische Formeln



# Grundlagen: Binomische Formeln



# Grundlagen: Binomische Formeln